

Математическое моделирование течения неньютоновской жидкости в канале экструдера с учетом отжима

Меретуков З.А., Кошевой Е.П.

Майкопский государственный технологический университет,
Кубанский государственный технологический университет

Технология производства фосфатидного концентрата (растительного лецитина), заключается в прямой экстракционной очистке растительных фосфолипидов, полученных при переработке семян подсолнечника [1]. В связи с разработкой экструзионной агломерации для отгонки растворителя из фосфатидного концентрата, насыщенного после экстракционной очистки ацетоном [2], выполнено моделирование течения неньютоновской жидкости в каналах экструдера. Как растворитель применяется ацетон по ГОСТ 2768-84, сорт высший. В работе представлено аналитическое решение дифференциальных уравнений описывающих осевой поток неньютоновской жидкости в канале вала одношнекового экструдера совмещенного с отжимом.

Ключевые слова: неньютоновская жидкость, одношнековый экструдер, отжим.

Осевой поток неньютоновской жидкости в канале вала одношнекового экструдера описывается формулой, принятой в теории экструдирования [3], которая с учетом особенностей процесса экструдирования совмещенного с отжимом специфичного материала включает корректирующие параметры k_1 и k_2 :

$$Q_{xi} = \pi \cdot D \cdot W \cdot H \cdot N \cdot \cos\theta \cdot \frac{f_d}{2} \cdot k_1 - \frac{H^3 \cdot W \cdot f_{ps} \cdot f_{pd} \cdot k_2}{12 \cdot n \cdot \mu_c} \cdot \frac{dP}{dX} \quad (1)$$

где Q_{xi} - осевой поток неньютоновской жидкости в экструдере, м³/с; i - номер витка; D - диаметр зеера, м; H - глубина витка, м; W - ширина витка (через шаг S , $W = S \cos\theta$), м; $\theta = \arctg S/(\pi D)$ - угол наклона нитки витка, радиан; N - скорость вращения шнекового вала, 1/с; n - показатель степенного закона в уравнении течения неньютоновской жидкости (материала); μ_c - вязкость неньютоновской жидкости, Па·с; P - давление, вызванное валом, Па; X - расстояние вдоль шнекового канала, м.

При этом:

— коэффициент формы вынужденного потока:

$$f_d = 1 - (0,487 \cdot n^2 - 0,948 \cdot n + 0,972) \cdot \frac{H}{W}; \quad (2)$$

— коэффициент формы для противотока, вызванного сопротивлением выходного устройства:

$$f_{ps} = 1 - (0,949 \cdot n^2 - 1,87 \cdot n + 1,59) \cdot \frac{H}{W}; \quad (3)$$

— корректирующий коэффициент для средней вязкости в потоке:

$$f_{pd} = 0,98$$

Поток отжимаемой жидкости на элементарном участке длины dX направленный наружу может быть представлен уравнением фильтрации:

$$Q_{ri} = \pi \cdot D \cdot dX \cdot u_r = \pi \cdot D \cdot dX \cdot \frac{P}{\alpha_s \cdot \mu_l \cdot m_s}, \quad (4)$$

где u_r - скорость потока отжимаемой жидкости на поверхности зеера; α_s - удельное сопротивление фильтрации; μ_l - вязкость масла и m_s - масса твердых в канале шнека на единицу площади зеера. Нижний индекс s относится к твердой фазе и l - к жидкой фазе.

Из материального баланса на элементарном участке канала экструдера:

$$Q_{xi} \cdot \rho_c = (Q_{xi} + dQ_{xi}) \cdot \rho_c + Q_{ri} \cdot \rho_l, \quad (5)$$

где ρ - плотность (индексы c - твердый материал; l - жидкость).

Комбинируя уравнения (4) и (5) после преобразования получаем:

$$-\frac{dQ_x}{dX} = \frac{\pi \cdot D \cdot P}{\alpha_s \cdot \mu_l \cdot m_s} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_c}. \quad (6)$$

Система уравнений (1) и (6) может использоваться, чтобы оценить производительность и скорость отжима жидкой фазы, если развивающееся давление в экструдере известно.

Система уравнений (1) и (6) может быть преобразована к виду (индекс при Q опускается):

$$Q = A - B \cdot \frac{dP}{dX}, \quad (7)$$

$$-\frac{dQ}{dX} = C \cdot P, \quad (8)$$

где:

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot W \cdot H \cdot N \cdot \cos \theta \cdot f_d \cdot k_1}{2} ;$$

$$B = \frac{H^3 \cdot W \cdot f_{ps} \cdot f_{pd} \cdot k_2}{12 \cdot n \cdot \mu_c} ; \quad C = \frac{\pi \cdot D}{\alpha_s \cdot \mu_l \cdot m_s} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_c} .$$

После дифференцирования уравнения (7), получим:

$$\frac{dQ}{dX} = -B \cdot \frac{d^2 P}{dX^2} . \quad (9)$$

При подстановке последнего уравнения в (8) система (7) и (8) может быть сведена к одному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = \frac{C}{B} \cdot P . \quad (10)$$

Правая часть уравнения зависит от X, т.е. уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = \varphi(P) . \quad (11)$$

где: $\varphi(P) = \frac{C}{B} \cdot P$.

В этом случае положим $v = \frac{dP}{dX}$, тогда

$$\frac{d^2 P}{dX^2} = \frac{dv}{dX} = \frac{dv}{dP} \cdot \frac{dP}{dX} = v \cdot \frac{dv}{dP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(v^2)}{dP} . \quad (12)$$

Уравнение (11) переписется так:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d(v^2)}{dP} = \varphi(P) . \quad (13)$$

Откуда

$$v^2 = 2 \cdot \int \varphi(P) \cdot dP \quad (14)$$

и

$$v = \frac{dP}{dX} = \sqrt{2 \cdot \int \varphi(P) \cdot dP} . \quad (15)$$

Для нашего случая

$$\frac{dP}{dX} = \sqrt{2 \cdot \int \frac{C}{B} \cdot P \cdot dP} = P \cdot \sqrt{\frac{C}{B}} . \quad (16)$$

Интегрируем в пределах всей длины канала одношнекового экструдера L и с конечным давлением P_k

$$\int_P^{P_k} \frac{dP}{P} = \int_X^L \sqrt{\frac{C}{B}} \cdot dX. \quad (17)$$

Получаем

$$\ln\left(\frac{P_k}{P}\right) = \sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (L - X) \quad (18)$$

или

$$P = P_k \cdot \exp\left(\sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (X - L)\right) \quad (19)$$

После подстановки в (8):

$$-\frac{dQ}{dX} = C \cdot P_k \cdot \exp\left[\sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (X - L)\right] \quad (20)$$

Интегрируем, изменяя пределы интегрирования по Q, устрояем знак «-» и заменяем Q₀ в соответствии с уравнением (1) на A) и получаем:

$$Q = A - B \cdot \left[P_k \cdot \sqrt{\frac{C}{B}} \cdot \exp\left[\sqrt{\frac{C}{B}} \cdot (X - L)\right] \right] \quad (21)$$

Полученное уравнение является аналитическим решением исходных дифференциальных уравнений (1) и (6) и справедливо в пределах всей длины канала с неизменной геометрией одношнекового экструдера.

Список литературы

1. Бутина Е.А. Научно-практическое обоснование технологии и оценка потребительских свойств фосфолипидных биологически активных добавок. Автореф. дисс. докт. техн. наук. КубГТУ, Краснодар. 2003. 53 с.
2. Меретуков М.А., Меретуков З.А., Кошевой Е.П. Разработка аппаратного оформления стадии отгонки растворителя технологии производства БАД «Витол». Материалы Международной конференции «Технологии и продукты здорового питания». – М.: Издательский комплекс МГУПП, 2005. – с.131-134.
3. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов. М.: Химия, 1965.

Mathematical modeling of non-Newtonian fluid flow in an extruder channel, extraction included

Meretukov Z.A., Koshevoy E.P.

Maykop State Technological University

Kuban State Technological University

Phosphatide concentrate (vegetable lecithin) processing consists in direct extraction of vegetable phospholipids produced by sun flower seeds processing. When extrusion agglomeration was developed to remove solvent from phosphatide concentrate saturated with acetone after extraction refining, the flow of non-Newtonian fluid in extruder channels was modeled, high grade acetone (GOST 2768-84) being used as a solvent. The paper presents analytical solution of differential equations that describe the axial flow of non-Newtonian fluid in the channel of single screw extruder combined with extractor.

Keywords: non-Newtonian fluid, single screw extruder, extractor.