

УДК 664.6

## **Математическое описание процесса гидротермической обработки тестового жгута соломки в содовом растворе**

Андреев А.Н., доцент, andreevanatoly@yandex.ru,

Вороненко Б.А., профессор

Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий

*Специфические стадии в производстве соломки является гидротермическая обработка тестового жгута в содовом растворе, определяющего качество полуфабриката и готового изделия. В работе поставлена и решена аналитически задача гидротермической обработки соломки, позволяющая определять температурные и концентрационные поля внутри соломки, и тем самым влияние обработки на процесс проникновения в соломку содового раствора.*

Ключевые слова: соломка, гидротермическая обработка, тепло- и массоперенос, число Фурье, число Лыкова, число Коссовича, число Поснова.

К группе хлебобулочных изделий пониженной влажности относится соломка, которая представляет собой готовые к употреблению палочки округленной формы диаметром до  $8 \cdot 10^{-3}$  м и длиной  $1.0 \cdot 10^{-1}$ – $2,8 \cdot 10^{-1}$  м...

Соломка вырабатывается на механизированных линиях, реализующих следующие стадии производства: приготовление теста, формование и обварку тестовых жгутов, выпечку, охлаждение, резку, упаковку изделий [1].

Специфической стадией в производстве соломки является обварка, которая предназначена для закрепления округлой формы жгута, получения золотистой окраски и глянцевиной корочки на поверхности готового изделия.

При обварке в результате прогрева тестовых жгутов объем их несколько увеличивается, происходят процессы частичной клейстеризации крахмала и денатурации белков в поверхностном слое.

Продолжительность обварки по разным источникам составляет 26-50 с., температура раствора в пределах от 70 до 90°C. Диапазон параметров, как видно, широк и требуется нахождение оптимальных режимов для конкретного вида соломки с целью обеспечения стабильного качества. Так при низкой температуре раствора жгуты могут прилипать к сетке транспортера или слипаться между собой, а соломка может иметь бледную окраску и шероховатую поверхность. При высокой температуре соломка может значительно набухать, плохо пропекаться, иметь искривленную форму и привкус соды. На практике для различных видов соломки необходимо опытным путем устанавливать оптимальный режим обварки (продолжительность обварки, температуру и концентрацию содового раствора), влияющий на глубину проникновения содового раствора в тестовую заготовку. Недостаточная или чрезмерная глубина проникновения содового раствора и его чрезмерное количество приводят к резкому ухудшению качества готового изделия. Соломка может иметь привкус соды, бледную окраску, шероховатую, плохо пропеченную поверхность, неправильную форму и др.

Практика показывает, что в случае неправильного приготовления теста или нерациональных режимов формования и обварки без учета реологических свойств теста и других факторов появляются значительные дефекты и отходы, поэтому механизированные линии не всегда дают стабильное качества соломки.

В настоящее время отсутствует математическое описание процесса гидротермической обработки тестового жгута соломки. Ниже поставлена и решена аналитически задача гидротермической обработки соломки, позволяющая определять температурные и концентрационные поля внутри соломки, и тем самым влияние обработки на процесс проникновения в соломку содового раствора.

Процесс влияния термической обработки соломки на проникновение в нее содового раствора [2,3] математически может быть описан следующей краевой задачей совместного тепло- и массопереноса:

требуется решить систему дифференциальных уравнений в частных производных для однородного и изотропного тела, форму которого принимаем за неограниченный цилиндр [4].

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_q \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon \rho}{c_q \gamma} \frac{\partial c}{\partial \tau}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = a_m \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) + a_m \delta \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$(0 < r < R, \tau > 0)$$

при равномерных начальных распределениях температуры и концентрации соды

$$t(\tau, 0) = t_0 = \text{const}; \quad (3)$$

$$c(r, 0) = 0 = \text{const}, \quad (4)$$

граничных условиях первого рода (равенстве температур и концентраций на поверхности тела соответствующим значениям среды)

$$t(R, \tau) = t_c = \text{const}, (t_c > t_0); \quad (5)$$

$$c(R, \tau) = c_c, \quad (6)$$

условиям симметрии

$$\frac{\partial c(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0 \quad (7)$$

и физической ограниченности температуры и концентрации на оси цилиндра

$$t(0, \tau) < \infty; \quad c(0, \tau) < \infty \quad (8)$$

поставленная краевая задача (1)-(8) решена методом интегрального преобразования Лапласа, и распределения полей температуры и концентрации в сололке получены в следующем безразмерном виде:

$$T(X, F_0) = 1 + \frac{1}{v_2^2 - v_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 C_{ni} \cdot \frac{J_0(\mu_n X)}{\mu_n J_1(\mu_n)} e^{-\frac{\mu_n^2}{v_i^2} F_0}; \quad (9)$$

$$\theta(X, F_0) = -\frac{1}{\varepsilon K_0 (v_2^2 - v_1^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 (1 - v_1^2) C_{ni} \cdot \frac{J_0(\mu_n X)}{\mu_n J_1(\mu_n)} e^{-\frac{\mu_n^2}{v_i^2} F_0}; \quad (10)$$

В (9) и (10) введены следующие обозначения:

$$v_1^2 = \frac{1}{2} \left( \alpha + (-1)^i \sqrt{\alpha^2 - \frac{4}{L_u}} \right); \quad (i = 1, 2)$$

$$\alpha = 1 + \varepsilon K_0 P n + \frac{1}{L_u};$$

$$C_{n1} = v_1^2 (\varepsilon K_0 - 1 + v_2^2); \quad C_{n2} = -v_2^2 (\varepsilon K_0 - 1 + v_1^2);$$

$\mu_n$  - последовательные положительные корни характеристического уравнения

$$J_0(\mu_n) = 0 \quad (11)$$

#### Выводы.

1. Поставлена и решена аналитически задача термической обработки соломки, позволяющая определять температурные и концентрационные поля внутри соломки, и тем самым влияние обработки на процесс проникновения в соломку содового раствора.
2. После экспериментальной проверки, компьютерного исследования, анализа и возможного упрощения полученного аналитического решения разработанная математическая модель может быть рекомендована для инженерных расчетов и может послужить основой для оптимизации процесса термической обработки соломки.

#### Обозначения.

$t = t(r, \tau)$  – температура, °С, К;  
 $t_0$  – начальная температура (температура тела в момент начала процесса);  
 $t_c$  – температура среды;  $\Delta t = t_c - t_0$ ;  
 $T = T(X, F0) = \frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0}$  - безразмерная температура;  
 $c = c(r, \tau)$  – концентрация соды, %, кг/м<sup>3</sup>;  $c_c$  - концентрация среды (содового раствора);  
 $\theta = \theta(X, F0) = \frac{c_c - c(r, \tau)}{c_c}$  - безразмерная концентрация;  
 $r$  – текущая координата, м;  $R$  – характерный размер, равный для цилиндра радиусу его поперечного сечения;  
 $X = \frac{r}{R}$  – безразмерная координата;  
 $\tau$  – время, с;  
 $a_q$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  
 $\varepsilon$  – критерий фазового превращения;  
 $\rho$  – удельная теплота фазового перехода, Дж/кг;  
 $\gamma$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  
 $c_q$  – удельная теплоемкость, Дж/(кг\*К);  
 $a_m$  – коэффициент потенциалопродности (диффузии), м<sup>2</sup>/с;  
 $\delta$  – термоградиентный коэффициент, 1/К;

$FO = \frac{a_q \tau}{R^2}$  – число Фурье (критерий гомохронности поля потенциала теплопереноса);

$L_u = \frac{a_m}{a_q}$  – число Лыкова (критерий взаимосвязи массо- и теплопереноса);

$KO = \frac{\rho c_c}{c_q \Delta t}$  – число Коссовича (критерий, характеризующий соотношение между теплотой, затраченной на испарение влаги, и теплотой, затраченной на нагревание тела);

$P_n = \frac{\delta \Delta t}{c_c}$  – число Поснова для переноса массы вещества массопроводностью;

$J_0(z)$  и  $J_1(z)$  – функции Бесселя первого рода от аргумента  $z$  нулевого и первого порядка соответственно.

### Литература

1. Андреев А.Н. Механизация производства соломки. М.: ЦНИИТЭИ хлебопродуктов, 1992. – 30 с.
2. Андреев А.Н., Шубин В.Б. Исследование влияния механических и гидротермических процессов обработки тестового полуфабриката на качество сладкой соломки // Сб. науч. трудов «Актуальные проблемы повышения эффективности тепловых и холодильных аппаратов в торговле и общественном питании», выпуск 16. – Л.: ЛИСТ, 1981. – С. 138-141.
3. Арет В.А., Николаев Б.Л., Николаев Л.К. Физико-механические свойства сырья и готовой продукции. - СПб.: ГИОРД, 2009.- 448 с.
4. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 536с.

## The mathematical description of process of hydrothermal processing of a test plait of straws in a soda solution

Andreys A.H; Voronenko B. A.

Saint-Petersburg state university of refrigeration and food engineering

Specific stages in straws manufacture hydrothermal processing of a test plait in the soda solution, a semifinished product defining quality and a finished article is. In work the problem of hydrothermal processing of the straws is put and solved analytically, allowing to define temperature and concentration fields in straws, and by that influence of processing on process of penetration into straws of a soda solution.

Key words: straws, hydrothermal processing, heat - and mass transfer, number of Froude, Lykov's number, number of Kossovicha, number Agin.

**РЕЦЕНЗИЯ** на рукопись в ЭНЖ СПбГУНиПТ:

УДК \_\_\_\_\_ № специальности ВАК

РФ \_\_\_\_\_

Название

статьи \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Автор(ы): \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ Рецензент(ФИО, уч. звание, уч. степень,  
э-майл) \_\_\_\_\_ (СПбГУНиПТ)

Рецензент заполняет в таблице оценки в столбце 3 в строках 1-4 одной цифрой оценки в каждой строке и при необходимости комментирует оценки в столбце 4 Примечания.

№№ пп	Наименование оценки	Оценка. 0,1,2,3,4,5 (5 -высшая оценка)	Примечания
1	Степень соответствия содержания рукописи тематике ЭНЖ		
2	Актуальность.		
3	Научный уровень		
4	Практическая ценность		

Текст рецензии :

Рецензент:(подпись, дата )