

## Использование результатов ротационной вискозиметрии пшеничного теста в расчетах трубопроводов

Арет В.А., Байченко Л.А. Денисенко А.Ф.,  
Николаев Л.К., Щербаков А.С.  
*valdurtera@rambler.ru*

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики  
Институт холода и биотехнологий*

***Игнорирование нелинейности реологической модели при вискозиметрии пшеничного теста на ротационных приборах приводит к существенным ошибкам в реодинамических расчетах.***

***Ключевые слова:*** реотест, реометрия, течение пшеничного теста.

В области исследований вязкостных свойств различных текущих сред широкое распространение получили немецкие ротационные вискозиметры типа Реотест, обладающие рядом положительных эксплуатационных качеств и имеющие проработанную теорию [1]. Надежная работа этих приборов обеспечила до настоящего времени их использование в учебном и научном процессе. Так, ротационный вискозиметр типа Реотест 2.1 или его последующие модификации используются по ГОСТ 1929-87 для измерения вязкостных свойств нефтепродуктов [2]. В настоящее время RV2.1 снят с производства и заменен прибором такого же типа RN4.1.

Упрощая тензорное описание общих проблем теории вискозиметрирования, можно сказать, что нужно иметь процедуру определения в одной точке ламинарно текущей среды напряжения сдвига  $\tau$  и скорости сдвига  $\dot{\gamma}$ , не располагая заранее видом аналитической связи между этими величинами [3].

Наиболее распространенными вискозиметрами являются капиллярные и ротационные вискозиметры. Для капиллярных вискозиметров эта задача сравнительно легко решается с помощью уравнения равновесия (1) для касательных напряжений на стенке капилляра  $\tau_R$  и формулы Рабиновича (2) для скорости сдвига на стенке капилляра  $\dot{\gamma}_R$ :

$$\tau_R = \frac{\Delta p R}{2L} \quad (1)$$

и

$$-\dot{\gamma}_R = \frac{1}{\pi R^3} \left( \tau_R \frac{dQ}{d\tau_R} + 3Q \right). \quad (2)$$

Обе величины  $\tau_R$  и  $\dot{\gamma}_R$  определяются отдельно, не требуют никаких, кроме аналитичности, предварительных предположений о функциональной связи между ними. Однако опыты на капиллярном реометре требуют измерения перепада давлений и объемного расхода, что кажется более сложным, чем измерение угловой скорости и крутящего момента на ротационном приборе. С другой стороны, если напряжение сдвига на поверхности ротора легко определяется из уравнения равновесия моментов (3), то скорость сдвига на поверхности ротора зависит от вида связи между напряжениями и скоростями сдвига, а эта связь в общем случае не известна и как раз является целью реометрии.

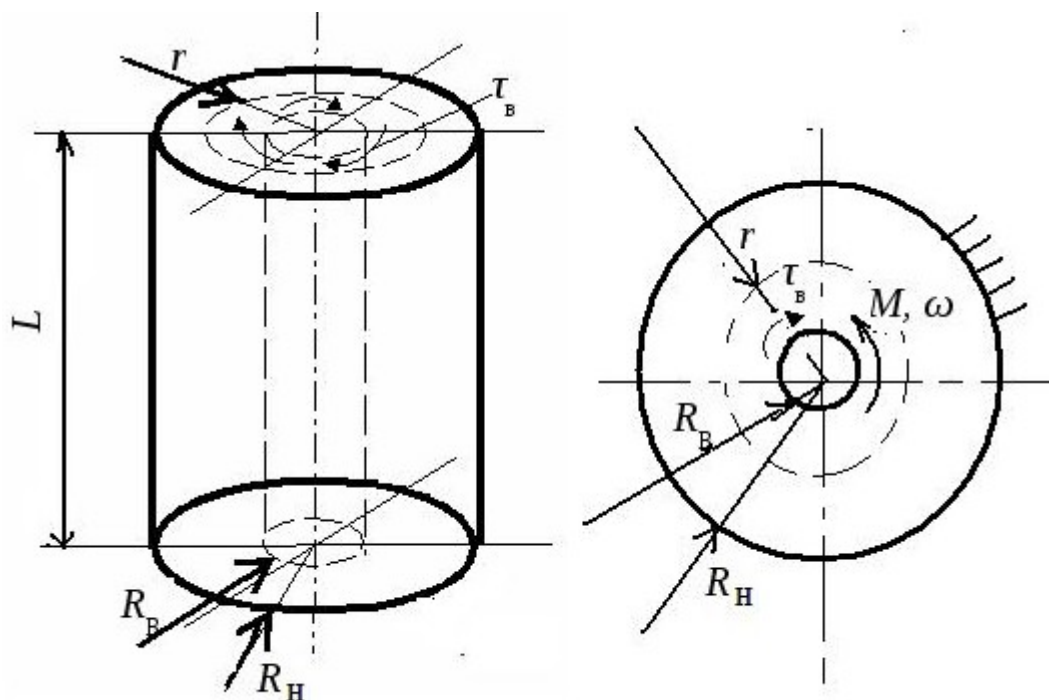


Рисунок 1. Расчетная схема ротационного вискозиметра типа RV2.1.

$$\tau_B = \frac{M_B}{2\pi L_B R_B^2} \quad (3)$$

Если в формуле (4) определения скорости сдвига на роторе RV2.1 при вискозиметрировании ньютоновской жидкости нет напрямую информации о коэффициенте динамической вязкости, то в формуле (5) для определения

скорости сдвига жидкости Оствальда-Де Виля на поверхности ротора требуется величина индекса течения  $n$ , а эта величина в начале опытов неизвестна :

$$\dot{\gamma}_B [N] = \frac{2\omega_B}{1 - \left(\frac{R_B}{R_H}\right)^2}, \quad (4)$$

$$\dot{\gamma}_B [O] = \frac{2\omega_B}{nR_B^{\frac{2}{n}} \left[ \left(\frac{1}{R_B}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{1}{R_H}\right)^{\frac{2}{n}} \right]}. \quad (5)$$

Это обстоятельство в инструкции RV2.1 и вслед во многих методических лабораторных руководствах практически игнорируется и по умолчанию используются формула (4) для определения скорости сдвига, а также формула Маргулеса (6) для вычисления коэффициента динамической вязкости, справедливой для ньютоновских жидкостей:

$$\mu = \frac{\tau_B}{\dot{\gamma}_B [N]} = \frac{M_B (R_H^2 - R_B^2)}{4\pi L_B \omega_B R_H^2 R_B^2}. \quad (6)$$

Формула (6) показывает, что из-за линейности функциональной связи между скоростями и напряжениями сдвига для определения коэффициента динамической вязкости ньютоновской жидкости достаточно одного опыта, если не исследовать экспериментально статистические показатели. При реометрии же многих пищевых сред обнаруживается нелинейность названной функции (6) и часто исследователи вводят понятие « эффективный коэффициент динамической вязкости -  $\mu_{эф}$  », что успешно можно использовать в технологических исследованиях, но приводит к ошибкам в реодинамических расчетах оборудования. Например, при ламинарном течении ньютоновской жидкости в горизонтальной трубе можно использовать формулу Пуазейля :

$$Q_1 = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8L\mu}. \quad (7)$$

Если формулу Пуазейля использовать с коэффициентом эффективной вязкости :

$$Q_2 = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8L\mu_{эф}}, \quad (8)$$

то очевидна ошибка и неопределенность подставляемой в формулу величины коэффициента динамической вязкости.

Поскольку множество пищевых жидкостей можно отнести к средам Оствальда-Де Виля, то в действительности формула расхода имеет следующий вид :

$$Q_3 = \frac{n}{3n+1} \pi R^{\frac{3n+2}{n}} \left( \frac{\Delta p}{2 Lk} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (9)$$

и для расчета нужны две реологические константы:  $n$  – индекс течения и  $k$ - коэффициент консистенции, а также, как минимум, два измерения расхода при разных перепадах давления для определения этих констант.

Представляет интерес количественная оценка влияния индекса течения на действительную скорость сдвига на стенке ротора RV2.1 по следующей формуле :

$$\frac{\dot{\gamma}_B[N]}{\dot{\gamma}_B[O]} = \frac{n \cdot R_B^{\frac{2}{n}} \left[ \left( \frac{1}{R_B} \right)^{\frac{2}{n}} - \left( \frac{1}{R_H} \right)^{\frac{2}{n}} \right]}{1 - \left( \frac{R_B}{R_H} \right)^2}. \quad (10)$$

Таблица геометрических параметров RV2.1

Измерительная система RV2.1	S1	S2	S3
Объем загружаемого вещества, $V$ , см <sup>3</sup>	25	30	50
Внутренний радиус вращающегося цилиндра, $R_B$ , мм	19,6	18,8	16,2

Внешний неподвижный радиус стакана, $R_H$ , мм	20	20	20
Соотношение радиусов, $R_B / R_H$	0.98	0.94	0.81
Высота ротора, $L$ , мм	72	72	72

По формуле (9) с помощью данных таблицы и программы MathCad были построены графики влияния индекса течения на соотношение скоростей сдвига.

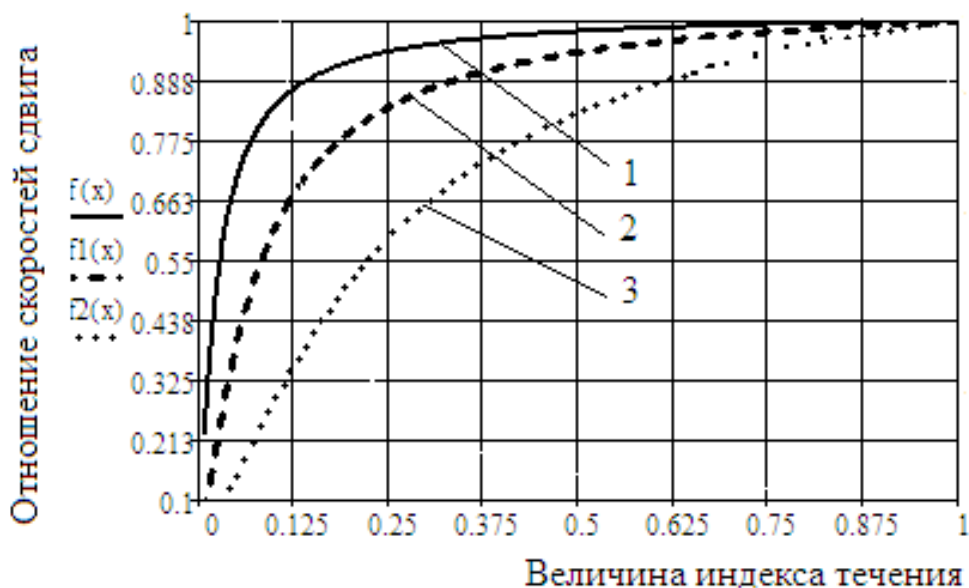


Рисунок 1. Влияние индекса течения на отношение величин реальной скорости сдвига среды Оствальда-Де Вилля к скорости сдвига ньютоновской жидкости на поверхности ротора. Кривая 1 – для ротора S1, кривая 2 – для ротора S2, кривая 3 – для ротора S3.

Для экспериментальной проверки изложенного материала были проведены параллельные опыты по реометрии пшеничного теста на ротационном вискозиметре RV2.1 и капиллярном вискозиметре конструкции Арета-Щербакова [4,5,6]. Последний позволяет экспериментально исключать в расчетах реодинамические особенности течения теста на входе и выходе из капилляра.

Были построены графики зависимости объемного расхода от давления для опытов, сделанных с капилляром длиной  $L_1 = 50$  мм и для опытов с капилляром длиной  $L_2 = 200$  мм в единой системе координат.

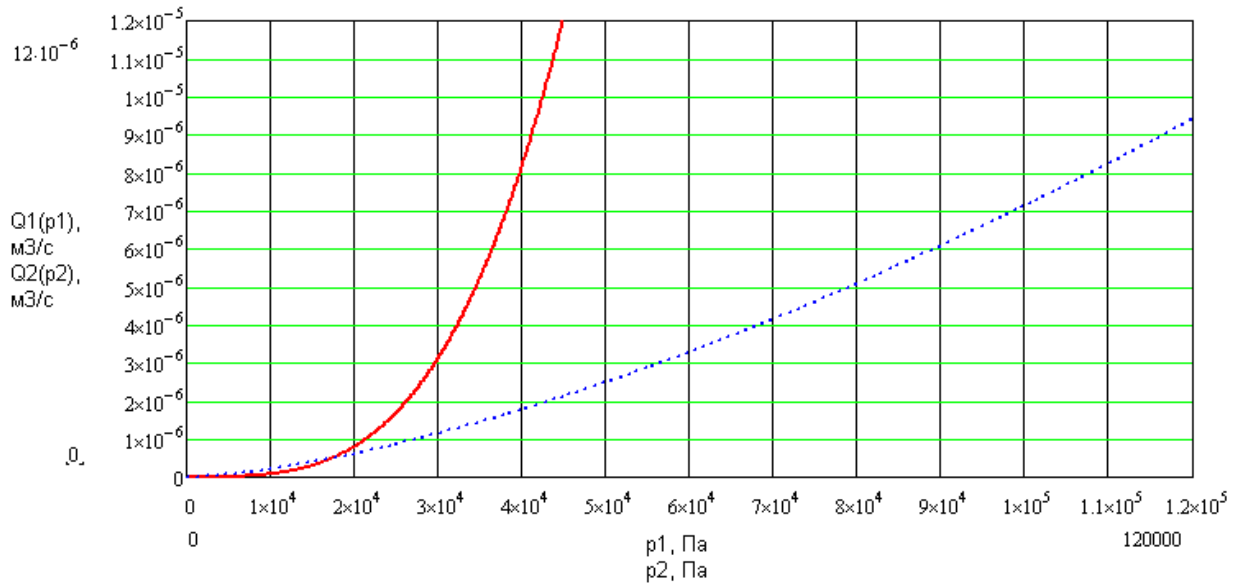


Рисунок 2. График зависимости объемных расходов  $Q_1$  и  $Q_2$  от давлений  $P_1$ , Па и  $P_2$ , Па для капилляров диаметром  $d=8$  мм и длинами  $L_1 = 50$  мм и  $L_2 = 200$  мм.

Для  $d=8$  мм используемый в первой серии опытов капиллярный вискозиметр отличается от капиллярного вискозиметра, используемого во второй серии опытов только длиной капилляра. Благодаря этому исключаются потери давления на входе в капилляр.

По рисунку 1 видно, что ошибка в измерении скорости сдвига при индексе течения порядка 0,3 достигает 40 %. Параллельные опыты показали, что результаты ротационной вискозиметрии можно использовать в реодинамических расчетах течения пшеничного теста в трубе, если скорость сдвига на роторе рассчитывать по формуле (5).

Обозначения:

$\dot{\gamma}_B [N]$  - скорость сдвига на поверхности ротора для ньютоновской жидкости  $s^{-1}$ ;  $\dot{\gamma}_B [O]$  - скорость сдвига на поверхности ротора для среды Оствальда-Де Виля,  $s^{-1}$ ;  $n$ - индекс течения среды Оствальда-Де Виля;  
 $R_B$  – радиус внутреннего цилиндра, м;  $R_H$  – радиус внутреннего цилиндра, м;  
 $M_B$  – крутящий момент, приложенный к внутреннему цилиндру, Н м;  $\omega_B$  – угловая скорость внутреннего цилиндра,  $s^{-1}$ ;  $L_B$  – высота слоя среды между цилиндрами, м;  $\Delta p$  - перепад давлений [Па] в капилляре длиной  $L$  [м] и радиусом  $R$  [м];  $Q, Q_1, Q_2, Q_3$  – объемный расход [ $m^3 / c$ ] текущей среды через капилляр.

## Список литература

1. Белкин И. М., Виноградов Г. В., Леонов А. И., Ротационные приборы. Измерение вязкости и физико-механических характеристик материалов.- М., Изд.-во «Машиностроение», 1967.- с. 272.
2. ГОСТ 1929-87. Нефтепродукты. Методы определения динамической вязкости на ротационном вискозиметре.
3. Реологические основы расчета оборудования производства жиросодержащих пищевых продуктов / В. А. Арет, Б. Л. Николаев, Л. К. Николаев. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2007. – 537 с.
4. Арет В.А. Влияние закругления трубы на движение неньютоновской жидкости / В.А. Арет, А.С. Щербаков, А.В. Кузнецов // Научный журнал Процессы и аппараты пищевых производств СПб НИУ ИТМО [Электронный ресурс]. – Санкт-Петербург: СПб НИУ ИТМО, 2012. - №2. - сентябрь. – Режим доступа: <http://open-mechanics.com/welcome>
5. Арет В.А. Капиллярная вискозиметрия пшеничного теста методом исключения входовых потерь давления./ В.А. Арет, А.С. Щербаков // Научный журнал Процессы и аппараты пищевых производств СПб НИУ ИТМО [Электронный ресурс]. – Санкт-Петербург: СПб НИУ ИТМО, 2011. - №2. – сентябрь. Режим доступа: <http://open-mechanics.com/welcome>
6. Щербаков А.С. Вискозиметрия пшеничного теста / А.С. Щербаков // Научный журнал Процессы и аппараты пищевых производств СПб НИУ ИТМО [Электронный ресурс]. – Санкт-Петербург: СПб НИУ ИТМО, 2012. №1. - март. – Режим доступа: <http://open-mechanics.com/welcome>

## Use the results of rotational viscometry wheat dough in the calculations of pipelines

Aret, V., Baychenko ,L., Denisenko, A., Nikolaev L., Scherbakov A.,  
[valdurtera@ramble.ru](mailto:valdurtera@ramble.ru)

*Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics  
Institute of Refrigeration and Biotechnologies*

***Ignoring the nonlinear rheological model for viscometry wheat dough on rotary instruments leads to significant errors in the reodinamic calculations.***

***Keywords:*** reotest, rheometric, wheat dough