

УДК 664.8.039.51

Аналитическое исследование процесса сушки пшеничных зародышей инфракрасным облучением

Д-р техн. наук Вороненко Б. А. voronenkoboris@mail.ru

канд. техн. наук Демидов С. Ф. demidovserg@mail.ru

Беляева С. С. SvetBeL21@gmail.com

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО
Институт холода и биотехнологий
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9*

Поставлена и решена аналитически задача совместного тепло- и массопереноса при инфракрасном нагреве пшеничных зародышей

Ключевые слова: инфракрасный нагрев, тепломассоперенос, математическое описание, пшеничные зародыши.

Mathematical description of heat and mass transfer of wheat germ by infrared heating

D.Sc. Voronenko B.A., *Ph.d.* Demidov S.F., Belyaeva S.S..

*Saint-Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics.
Institute of Refrigeration and Biotechnology*

191002, St. Petersburg, Lomonosov str., 9

Solve the problem of sharing heat and mass transfer in infrared heating wheat germ.

Keywords: infrared heating, heat and mass transfer, mathematical description, wheat germ.

Использование энергии электромагнитного поля инфракрасного (ИК) диапазона является одним из эффективных путей интенсификации тепловой обработки пищевых материалов, позволяющих значительно сократить длительность процесса и повысить качество готовых изделий.

Математически краевую задачу совместного тепло- и массопереноса для однородного и изотропного капиллярно-пористого коллоидного тела основной геометрической формы – неограниченной пластины – можно сформулировать следующим образом:

Вороненко Б. А. и др. Аналитическое исследование процесса сушки пшеничных зародышей инфракрасным облучением / Б. А. Вороненко, С. Ф. Демидов, С. С. Беляева // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств», 2013. - №2. [Электронный ресурс]: <http://www.processes.ihbt.ifmo.ru>

требуется решить систему дифференциальных уравнений в частных производных [1]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_q \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon \rho}{c_q} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{Q_v}{c_q \gamma_o} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_m \delta \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (2)$$

$$(\tau > 0, 0 < x < h)$$

при следующих условиях:

$$t(x, 0) = t_0 = const; \quad (3)$$

$$U(x, 0) = U_0 = const; \quad (4)$$

$$t(0, \tau) = t_n = const; \quad (5)$$

$$\frac{\partial U(0, \tau)}{\partial x} + \delta \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (6)$$

$$-\lambda_q \frac{\partial t(h, \tau)}{\partial x} + q_q(\tau) - (1 - \varepsilon) \rho q_m(\tau) = 0; \quad (7)$$

$$a_m \gamma_o \frac{\partial U(h, \tau)}{\partial x} + a_m \gamma_o \frac{\partial t(h, \tau)}{\partial x} + q_m = 0. \quad (8)$$

Здесь (1) – уравнение теплопереноса; (2) – уравнение массо- (влаго-) переноса; равенства (3) и (4) – начальные условия; (5) - граничные условия, описывающие температуру поверхности слоя пшеничных зародышей, прилегающих к тефлоновой подложке сушильной установки; граничное условие (6) – условие влагоизоляции. Граничное условие (7) является уравнением баланса тепла: подведенное тепло к поверхности тела $q_q(\tau)$ расходуется на испарение жидкости $\rho q_m(\tau)$ и на нагрев тела ($-\lambda_q \frac{\partial t(h, \tau)}{\partial x}$). Граничное условие (8) – уравнение баланса массы вещества – условие радиационной сушки влажных дисперсных сред.

На основании теоретического вывода [2] и результатов лабораторного эксперимента [3] в уравнение (1) введён внутренний источник тепла, мощность которого снижается от поверхности слоя материала по параболическому закону:

$$\frac{Q_v}{c_q \gamma_o} = \frac{\omega_o}{c_q \gamma_o} \frac{x^2 - \lambda_{np}^2}{h^2 - \lambda_{np}^2} \quad (9)$$

В [1,4] отмечается, что граничные условия (7) – (8) по своему физическому содержанию отражают большой класс теплообмена и массообмена, включая в себя радиационный теплообмен.

Рассмотрим упрощённую задачу: на основании многих экспериментальных данных [5] пренебрежём членом $a_m \delta \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ в уравнении (2), т.е. не будем учитывать процесс термодиффузии влаги U , более того, примем термоградиентный коэффициент $\delta = 0$, будем считать, что термоградиентный перенос вещества отсутствует. Кроме того, как показывают наши экспериментальные исследования, потоки тепла и влаги через поверхность тела можно считать неизменными.

Аналитическое решение краевой задачи (1) – (9) с учётом отмеченных упрощений получено методом интегрального преобразования Лапласа в следующем обобщённом критериальном виде:

$$\theta = Ki_m [Lu Fo + \frac{1}{2} X^2 - \frac{1}{6} + \sum_{m=1}^{\infty} (\frac{2(-1)^m \cos(m \pi X) e^{-(m\pi)^2 Lu Fo}}{(m \pi)^2})] ; \tag{10}$$

$$T = 1 + Ki_q X + \varepsilon Ki_m Ko Lu X (\frac{Lu}{1-Lu} + \frac{X}{2}) + \frac{Po}{12(1-H^2)} [6H^2(X^2 - 2X - 1) + X(4 - X^3)] +$$

$$+ \frac{\varepsilon Ki_m Ko Lu}{1-Lu} \sum_{m=1}^{\infty} (\frac{2(-1)^m}{(m \pi)^2 \cos(\sqrt{Lu} m \pi)} \cdot \cos(\sqrt{Lu}(1-X) m \pi) - \cos(\sqrt{Lu} m \pi) \cos(m \pi X))$$

$$\cdot e^{-(m\pi)^2 Fo} + \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{2(-1)^n}{\frac{\pi}{2}(2n-1)} \frac{2Po \sin(\frac{\pi}{2}(2n-1)X)}{1-H^2} \frac{\sin(\frac{\pi}{2}(2n-1)X)}{(\frac{\pi}{2}(2n-1))^4} + Ki_q \frac{\sin(\frac{\pi}{2}(2n-1)X)}{(\frac{\pi}{2}(2n-1))^2})$$

$$+ \frac{\cos(\frac{\pi}{2}(2n-1)(1-X))}{\frac{\pi}{2}(2n-1)} - Po \frac{H^2 \cos(\frac{\pi}{2}(2n-1)(1-X))}{1-H^2} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}(2n-1)(1-X))}{(\frac{\pi}{2}(2n-1))^3} - \frac{Po}{1-H^2} \frac{2\cos(\frac{\pi}{2}(2n-1))}{(\frac{\pi}{2}(2n-1))^5} +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\varepsilon K i_m K o L u}{1-Lu} \frac{\sqrt{Lu} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2n-1)(1-X)\right)}{\left(\frac{\pi}{2}(2n-1)\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}(2n-1)\frac{X}{\sqrt{Lu}}\right)} - \frac{\varepsilon K i_m K o L u}{1-Lu} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(2n-1)X\right)}{\left(\frac{\pi}{2}(2n-1)\right)^2} e^{-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo} \\
 & + \hspace{15em} (11)
 \end{aligned}$$

Условные обозначения

$t = t(x, \tau)$ — температура, К, °С; t_o — начальная температура; t_n — температура подложки (среды); $\Delta t = t_n - t_o$; $U = U(x, \tau)$ — влагосодержание, кг влаги/кг абс. сух. вещества; U_o — начальное влагосодержание; x — текущая координата, м; h — высота слоя материала, м; a_q - коэффициент температуропроводности, м²/с; a_m - коэффициент потенциало- (влаго-) проводности, м²/с; ε — коэффициент фазового перехода ($0 < \varepsilon < 1$); ρ — удельная теплота испарения (фазового превращения), Дж/кг; c_q - удельная теплоёмкость материала, Дж/(кг·К); δ — термоградиентный коэффициент, 1/К; γ_o — плотность абсолютно сухого вещества, кг/м³; $\frac{Q_v}{c_q \gamma_o}$ - мощность внутреннего источника тепла, Вт/м³; ω_o — мощность инфракрасного источника, Вт/м³; λ_{np} — предельная длина проникновения инфракрасного излучения, ($0 < \lambda_{np} < h$), м; λ_q — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); $q_q(\tau)$ — плотность теплового потока, Вт/м²; $q_m(\tau)$ — плотность потока массы вещества, кг/(м²·с); $T = T(X, Fo) = \frac{t(x, \tau) - t_o}{t_n - t_o}$ - безразмерная температура; $\theta = \theta(X, Fo) = \frac{U_o - U(x, \tau)}{U_o}$ - безразмерное влагосодержание; $X = \frac{x}{h}$ - безразмерная координата; $Fo = \frac{a_q \tau}{h^2}$ §- критерий гомохронности (число Фурье); $Fo_m = \frac{a_m \tau}{h^2}$ § = $Lu Fo$; $Lu = \frac{a_m}{a_q}$ § - число Лыкова — критерий взаимосвязей интенсивности внутреннего переноса массы (влаги) и тепла в процессе сушки; $K_o = \frac{\rho U_o}{c_q \Delta t}$ §- число Коссовича; $P_o = \frac{\omega_o h^2}{\lambda_q \Delta t}$ § - число Померанцева; $Ki_q = \frac{q_1 h}{\lambda_q \Delta t}$ §- теплообменное число Кирпичёва; $Ki_m = \frac{q_2 h}{a_m U_o \gamma_o}$ - массообменное число Кирпичёва; $N = \frac{\lambda_{np}}{h}$

Зная теплофизические и массовлагодобменные характеристики продукта,

рассчитывались значения критериев Fo , Ki_q , Ki_m , Ko , Po , Lu , входящих в полученные уравнения для расчёта безразмерного потенциала влагосодержания (10) и безразмерного потенциала температуры (11) пшеничных зародышей в процессе инфракрасной сушки.

Решение системы уравнений тепло- и массопереноса (1), (2) при начальных условиях (3), (4) и граничных условиях (5) — (8) даёт зависимость процесса от большой группы тепло- и массообменных чисел подобия.

$$\theta = \theta(X, Fo, Ki_m, Lu), \quad (12)$$

$$T = T(X, Fo, Ki_q, Ki_m, Ko, Po, Lu) \quad (13)$$

Однако не все числа в одинаковой мере влияют на ход процесса. Одни из них преимущественно воздействуют на теплообменные характеристики переноса, другие на массообменные.

Из известных аналитических исследований нестационарных полей потенциалов переноса [6] следует, что при постоянном потоке вещества через поверхность тела различаются две стадии развития процесса. Первая стадия характеризуется прогревом материала и неустойчивым распределением влагосодержания. Из решения (13) следует, что при Fo стремящемся к бесконечности, членами, содержащими суммы по m и n , в связи с быстрым убыванием составляющих $e^{-(m\pi)^2 Fo}$ и $e^{-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo}$, можно пренебречь, что означает наступление квазистационарного режима, и параболическое распределение температуры по координате X (рис. 3). Это соответствует физике процесса (рис. 1, 2). При Fo , стремящемся к бесконечности из (10) следует рост потенциала $\theta(Fo)$ по линейному закону, что также соответствует физическому закону сушки, т. е. $U(x, \tau)$ стремится к нулю ($\theta(X, Fo)$ стремится к единице). В конце первой стадии ($Fo \approx 0,3$) распределение потенциала массопереноса становится параболическим.

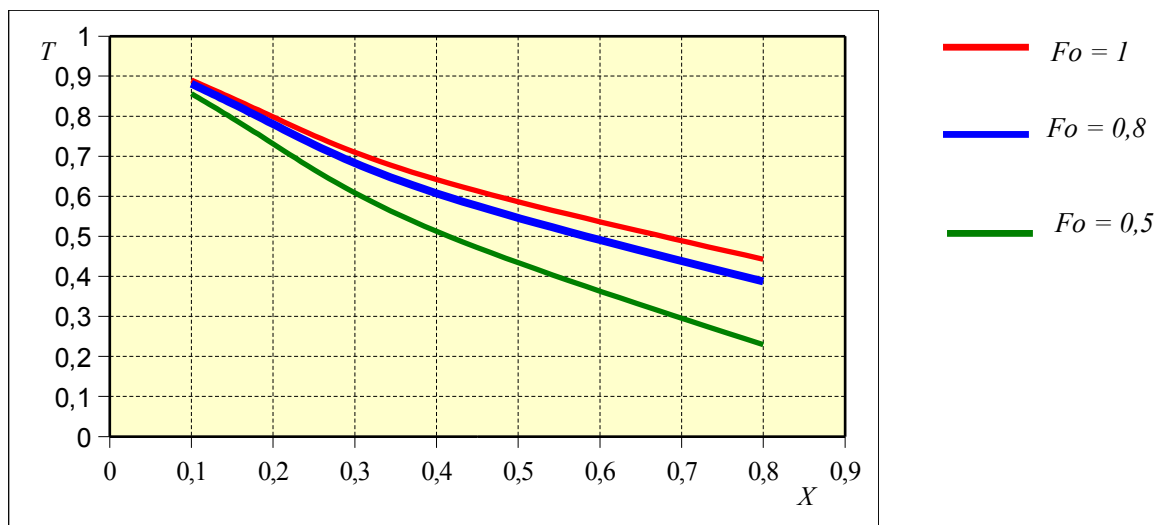


Рис. 1. Зависимость безразмерного потенциала теплопереноса T от безразмерной координаты X ($Lu = 1,8$; $Ki_m = 0,3$; $Po = 0,2$; $H = 0,4$; $Ko = 7,5$)

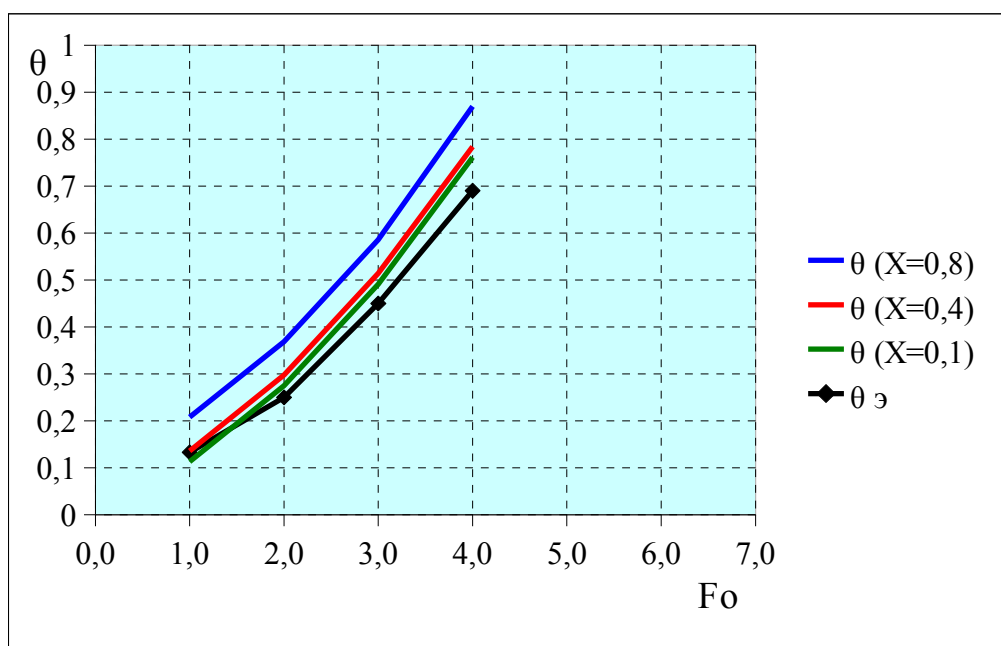


Рис. 2. Зависимость безразмерного потенциала влагопереноса от критериального числа Fo ($Lu = 1,8$; $Ki_m = 0,3$; $Po = 0,2$; $H = 0,4$; $Ko = 7,5$); э — экспериментальные значения.

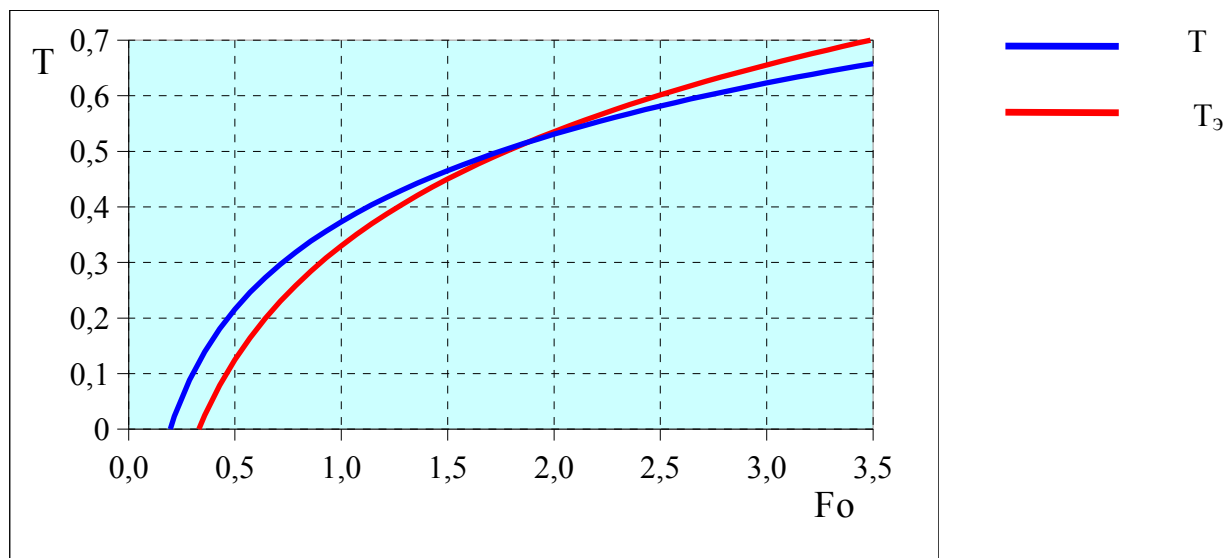


Рис. 3. Зависимость безразмерного потенциала теплопереноса от критериального числа Fo ($X = 0,8$; $Lu = 1,8$; $Ki_m = 0,3$; $Po = 0,2$; $H = 0,4$; $Ko = 7,5$)

Вторая стадия процесса характеризуется дальнейшим развитием полей потенциалов. Эта стадия протекает в упорядоченном или квазистационарном режиме.

Температура поверхностного слоя с самого начала процесса сушки быстро возрастает, в толще тела возникают значительные градиенты температуры. Так как процесс сушки пшеничных зародышей инфракрасным излучением протекает при достаточно низких температурах (57°C до 65°C), то основную роль в переносе влаги в материале играет градиент влагосодержания ($a_m > a_q$), число Лыкова $Lu = \frac{a_m}{a_q}$ изменяется в пределах от 1,4 до 2 (рис. 4). Исследование зависимости $T(Lu)$ показывает, что чем выше значение критерия взаимосвязи тепло- и массопереноса Lu , тем интенсивнее происходит прогрев материала и быстрее устанавливается квазистационарное распределение температуры. В то время безразмерный потенциал массопереноса θ возрастает (т. е. влагосодержание уменьшается) при удалении от центра материала к поверхности, что характеризует интенсивный характер массопереноса в поверхностном слое и интенсификацию процесса сушки.

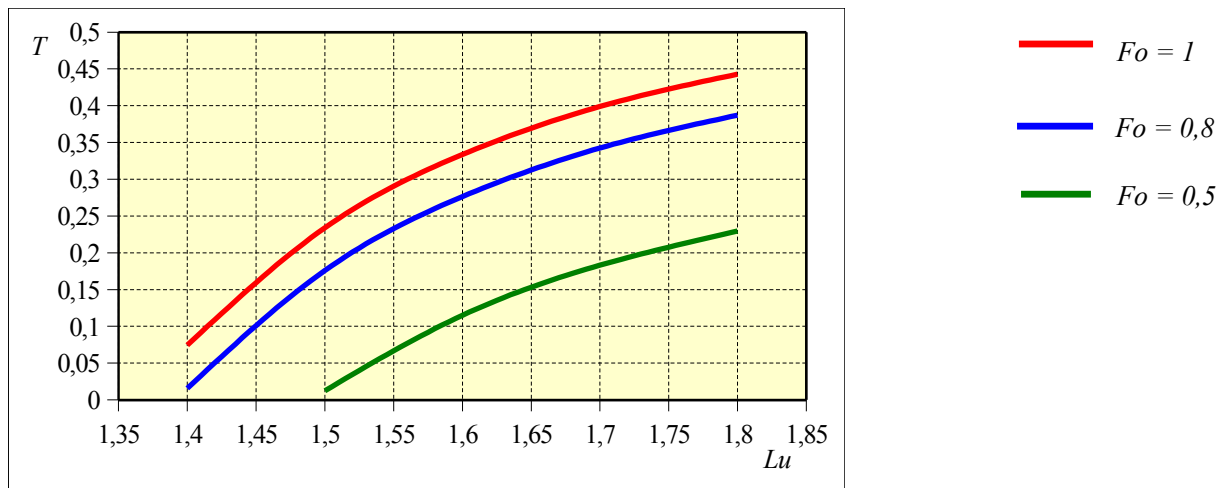


Рис. 4. Зависимость безразмерного потенциала теплопереноса T от критерия взаимосвязи тепло- и массопереноса Lu .

Повышение числа Коссовича Ko не сказывается на изменении потенциала влагосодержания θ , но его увеличение влияет на рост T . Это означает, что до значительных значений Fo и Ko в центральных слоях материала испарение жидкости отсутствует.

Увеличение значения массообменного числа Кирпичёва Ki_m снижает локальную температуру материала по линейному закону (рис. 5), что соответствует известным зависимостям [1].

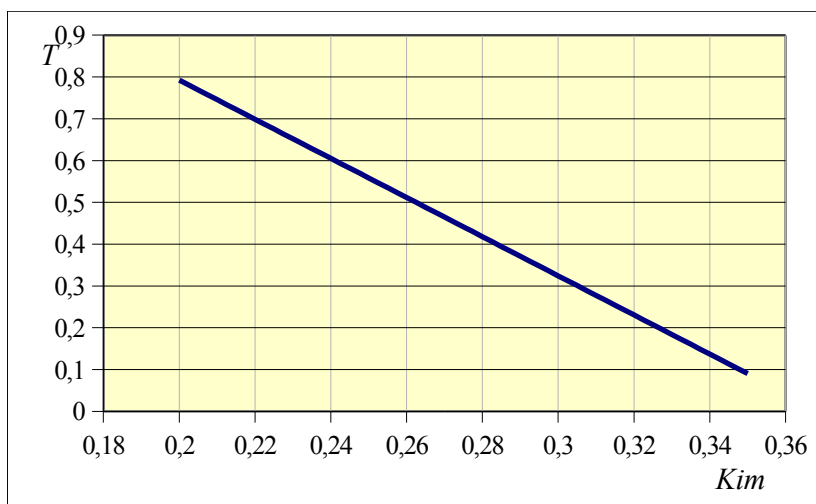


Рис. 5. Зависимость безразмерного потенциала теплопереноса T от массообменного числа Кирпичёва ($X = 0,8$; $Lu = 1,8$; $Po = 0,2$; $H = 0,4$; $Ko = 7,5$)

Одновременно с прогревом материала начинается удаление в окружающую среду вещества (влаги). Массоперенос с самого начала процесса затрагивает всю толщу материала.

Адекватность аналитического решения реальному процессу определялась по критерию [7]

$$\eta = \frac{\sigma_p}{\sigma_s}, \quad (14)$$

где σ_p , σ_s — средние квадратичные отклонения значений параметра от экспериментальных значений и экспериментальных значений параметра от его среднего значения.

При $0 < \eta < 1$ уравнение адекватно реальному процессу.

Величина η для T составила 0,7, а для θ — 0,85.

Таким образом, аналитическое решение процесса сушки пшеничных зародышей инфракрасным излучением — работоспособно.

Написана программа вычислительного эксперимента на базе языка программирования Фортран 90, которому традиционно отдаётся предпочтение в научно-технических и инженерных приложениях.

Список литературы:

1. Лыков А.В., Михайлов Ю. А. Теория тепло- и массопереноса. - М.-Л.:Госэнергоиздат, 1963. - 536 с.
2. Белобородов В.В., Вороненко Б.А. Решение задачи нагрева тел в электромагнитном поле сверхвысоких частот. // ЖПХ, «Наука» - Ленинградское отделение, № 10, 1984. - С. 2276 — 2282.
3. Стариков В.В.. Интенсификация процесса копчения мясных колбасных продуктов на основе математического моделирования // Автореферат канд. диссер. СПб., СпбГУНиПТ, 2009. - 15 с.
4. Лыков А. В., Михайлов Ю. А. Теория переноса энергии и вещества. - Минск, 1959. - 331 с.
5. Рогов И. А., Некрутман С. В. Сверхвысокочастотный и инфракрасный нагрев пищевых продуктов. - М.: Пищевая пром-сть, 1976. - 212 с.
6. Лыков, А. В. Теория сушки. -М.: Энергия, 1968.-472 с.
7. Бородюк В. П. Критерий оценки работоспособности математического описания//Сборник «Автоматизация химических производств», вып. 1 НИИТЭХИМ. -М., 1969. -С.41 -48.